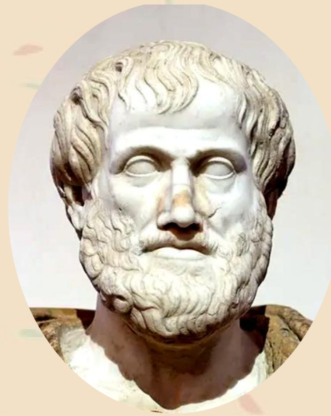


逻辑与哲学

范舒舰

逻辑　　　　哲学

三大逻辑起源：

名辨之学——中国《墨经》
名家者流盖出于辩者
因明——印度《正理经》
形式逻辑——古希腊《工具论》

西方哲学：泰勒斯（λόγος）
中国哲学：诸子百家（道）
印度哲学：吠陀经典（太一）

哲学是对人生的有系统的反思的思想，思想受限于生活环境[1]

[1]冯友兰：《中国哲学简史》1948年

1. 逻辑哲学和哲学逻辑

2. 逻辑与西方哲学

3. 数理逻辑与哲学

逻辑哲学和哲学逻辑

哲学逻辑

是**哲学**，这种哲学**同时又是逻辑**；哲学逻辑是**逻辑**，这种逻辑**同时也是哲学**。它是哲学与逻辑交汇融合，合而为一的地方。哲学逻辑不是一种特殊的逻辑，**逻辑就是逻辑**。逻辑是研究后承关系、有效推理的理论。

哲学逻辑包含了**哲学家最感兴趣的各种逻辑**。哲学逻辑构造了一些形式系统和结构，它们用于分析哲学问题的核心概念与论证。

例如，传统的哲学概念如必然性、知识、道义、时间、存在，当然还有推理本身，通过模态逻辑、认知逻辑、道义逻辑、自由逻辑、概率逻辑以及非单调逻辑等等进行了富有成效的分析。

逻辑支持了哲学，哲学为逻辑提供了发展的养料。他们结合在一起的结果就是哲学逻辑。[2]

[2][美]Lou Goble主编，张清宇、陈慕泽等译：《哲学逻辑》中国人民大学出版社，2007年

逻辑哲学和哲学逻辑

罗素评价维特根斯坦的《**逻辑哲学论**》

它从**符号系统的原则**和在任何語言中**詞与物之間所必需的关系**出发，把这种研究的結果应用到傳統哲学的不同部門，在每个場合表明傳統哲学和傳統的**解决办法**怎样从对于符号論原則的无知和誤用語言而产生。

首先是<u>考察命題的邏輯結构及邏輯推論的性质</u>。然后我們順次轉到認識論、物理学和倫理学的原則，最后則談神秘之事。[3]

苏珊•哈克《**逻辑哲学**》

关于**逻辑**的一些**形而上学和认识问题。**

逻辑哲学是逻辑学中提出的哲学问题。就像科学哲学是科学中提出的哲学问题。而哲学逻辑，不存在什么什么哲学逻辑，只不过是逻辑和哲学问题关联起来了而已。[4]

[3][奥]维特根斯坦著，郭英译：《逻辑哲学论》商务印书馆，1985年
[4][英]Haack Susan著，罗毅译：《逻辑哲学》商务印书馆，2003年

逻辑哲学和哲学逻辑

6.431. 正如在死时，世界也不是改变，而是消灭。

6.4311. 死不是生命的事件。人是沒有体驗过死的。

如果把永恒理解为不是无限的时間的持續（Zeitdauer），而是理解为无时間性（Unzeitlichkeit），則現在生活着的人，就永恒地活着。

我們的生命是无止境的，正如我們的視野是沒有界限的一样。

6.4312. 人类灵魂时間上的不朽，也就是說死后的永恒的生命，不仅是无法保証的，而且这种假定本身首先对于人們常常用来借以达到的那种东西来說是根本不能实現的。我将永远活下去，这一点是否能把謎解开呢？这种永恒的生命不是同我們現在的生命一样地是謎嗎？生命在空間和时間中的謎之解决，是在空間和时間之外的。

（这里应該解决的不是自然科学的問題。）

6.432. 世界是怎样的，这对于更高者（das Höhere）来說是完全漠不相关的。上帝是不在世界上显現的。

6.4321. 一切事实只属于任务而不属于解决。

6.44. 神秘的不是世界是怎样的，而是它是这样的。

6.45. 从 sub specie aeterni（永恒观点）来直观世界，就是把它当作有限的整体来直观。

把世界当作有限的整体的感覺是神秘的感覺。

6.5. 对于不能表达的解答来說，人們也不能把問題表达出来。

《逻辑哲学论》

4.1.1 哥德尔机器

这里有一台在极端不可构造的意义上说明哥德尔自指性的计算机器。它能打印出任何由如下五个符号构造的语句：

$N \quad P \quad D \quad (\quad)$

非正式地讲，符号 N 表示不（not），P 表示（用机器）可打印性（printability），（ ）用于表达式的命名（naming）；对于任何五个符号的组合 X，它的名字是表达式（X），即把 X 放在括号里。例如，$PNDP$ 的名字是（$PNDP$）。一个表达式 X 的对角化（diagonalization）是 $X(X)$，即对它自己（X）命名得到的表达式。例如，$PNDP$ 的对角化是 $PNDP(PNDP)$，符号 D 表示对角化。

一个语句是由以上五个符号以如下四种方式之一组合而成的（其中 X 是符号的任何组合）：

$P(X)$ 例如，$P(NDNP)$
$NP(X)$ 例如，$NP(DDN)$
$PD(X)$ 例如，$PD(NDP)$
$NPD(X)$ 例如，$NPD(PNN)$

我将立即阐明这些语句的含义。如果机器能打印一个表达式，这个表达式就称为可打印的（printable）。机器将能遵循程序或快或慢打印任何表达式。

现在，上面这些语句的含义是：

$P(X)$意味着 X 是可打印的，因而称 X 是真的当且仅当 X 是可打印的（例如，如果 $NDNP$ 是可打印的，则 $P(NDNP)$是真的，同时，如果 $NDNP$ 不是可打印的，则 $P(NDNP)$是假的）。

$NP(X)$称为真的当且仅当并非 X 是可打印的，即 X 不是可打印的。

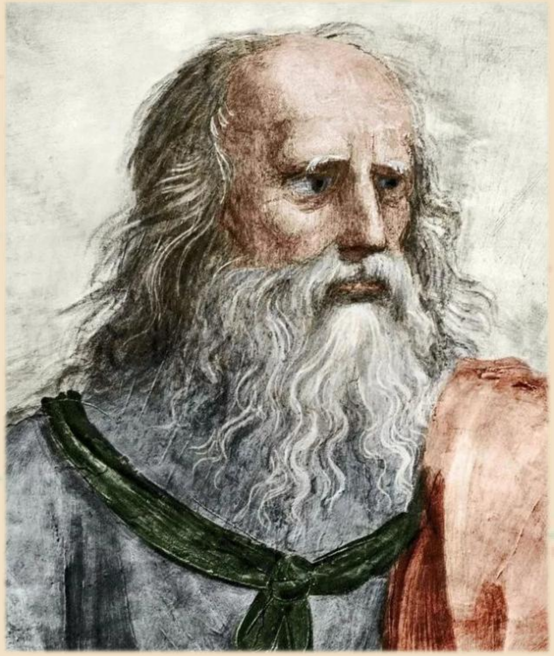
《哲学逻辑》

逻辑与西方哲学

传统逻辑

是指“由亚里士多德开创、经历2000多年历史、至19世纪进入现代发展阶段前所发展起来的形式逻辑体系和结论”

古典逻辑是指数理逻辑产生以前的传统形式逻辑。在欧洲主要以**亚里士多德逻辑**为代表[百度百科[5]]



[5]彭漪涟：《逻辑学大辞典》上海辞书出版社，2010年

逻辑与西方哲学

亚里士多德逻辑

亚里士多德从自然语言出发，在自然语言的基础上建立起三段论系统，从而开创了逻辑。

无论是公理系统还是自然演绎系统，都是以满足有效性为前提的，因此满足 **“必然地得出”**。

三段论是为达到 **“必然地得出”** 所提供的具体手段，因而也是他的逻辑思想的集中体现。

三段论与归纳法作为两种不同的方法，特别是对立的方法。逻辑与归纳是不同的东西。[6]

“是”乃是一个十分重要的逻辑常项

作为**逻辑常项**和**系词**[6]

“是”密切联系了逻辑与语言

[6]王路. 亚里士多德逻辑的现代意义[J]. 世界哲学, 2005年

只有作为联系动词的‘是’才能构成**命题和判断**。‘是’和‘不是’构成**肯定命题**和**否定命题**，又可以通过‘是’的单数和复数，构成单数命题、特称命题、全称命题等等。
亚里士多德说只有命题才有真和假。而逻辑和科学就是要研究确定真和假的问题，如果不分辨真和假，也就没有逻辑和科学。
正因为‘是’是**西方哲学**的核心范畴，所以西方哲学重视分析，重视分辨真假，从而促进了逻辑和科学的发展。[7]

在亚里士多德的逻辑中，“是”与“真”的研究是联系在一起的。同样，在他讨论哲学问题的时候，“是”与“真”也是结合在一起的。由于他的**逻辑**和**形而上学**是西方哲学的基础，因此后人因循他的讨论方式，承袭他的讨论的问题，应该是自然的，也是正常的。[6]

[7]王太庆，汪子嵩：关于‘存在’与‘是’[M]/宋继杰.Being与西方哲学传统,河北大学出版社,2002年

数理逻辑和哲学


我要出去
戴了口罩
才能出去
我就是没口罩
所以才要出去买
没口罩不许出去!
我哪里来的口罩啊
那你买啊!
我[redacted]不出去
怎么买[redacted]的口罩!
那你戴口罩出去啊!


我需要一個工作
你要先有經驗
但我需要工作
來獲得經驗
那就工作啊!
這就是為什麼我在這裡!
你的經驗呢!
我[redacted]要怎麼在
沒工作的狀態下獲得[redacted]的經驗!
工作!

数理逻辑和哲学

数理逻辑

数理逻辑创建于17世纪末，创始人是德国哲学家和数学家莱布尼兹(Leibniz, 1646-1716)。数理逻辑初创时期的主要特点是用代数方法处理古典形式逻辑的推理。

莱布尼兹的数理逻辑思想

思维演算

演算就是用符号作**运算**，在数量方面和思维方面都起作用。

普遍语言

用一种**人工语言**代替自然语言*

逻辑代数、关系逻辑、元理论、朴素集合论、公理集合论、完全性定理、

哥德尔不完全性定理[8]

*自然地随文化演化的语言

[8]张家龙. 数理逻辑的产生和发展[J]. 北京航空航天大学学报(社会科学版), 2000年

数理逻辑和哲学

悖论

1. 我不给给自己理发的人理发 (Russell’s Paradox)

2. 本语句是假的

3. 形似‘中文的’‘English’的词语称为自谓的
形似‘红的’‘数字的’的词语称为非自谓的

‘非自谓的’这一词语是？
(格雷林悖论)

4. 下一语句是真的
上一语句是假的

5. 第一个不能由小于三十个中文字定义的正整数

数理逻辑和哲学

哥德尔第一不完备定理

1. 所有(使用算数语言描述)命题都可以用哥德尔数表示

皮亚诺算数系统 PA

公理 1 $(\forall x)(x' \neq 1)$

公理 2 $(\forall x)(x \neq 0 \rightarrow (\exists y)(x = y'))$

公理 3 $(\forall x)(\forall y)(x' = y' \rightarrow x = y)$

公理 4 $(\forall x)(x + 0 = x)$

公理 5 $(\forall x)(\forall y)(x + y' = (x + y)')$

公理 6 $(\forall x)(x \cdot 0 = 0)$

公理 7 $(\forall x)(\forall y)(x \cdot y' = x \cdot y + x)$

公理 8 $\varphi(0)\&(\forall n)(\varphi(n) \rightarrow \varphi(n')) \rightarrow (\forall x)(\varphi(x))$

量化逻辑的所有符号加上 0，'，+，;　那么我们可以列出这样一个表格：

0	1
'	2
+	3
·	4
=	5
&	6
V	7
¬	8
∃	9
∀	10
(	11
)	12
v0	13
v1	14
…	…

(从第十三行开始，下面是无限的任一变量)

例： a>b等价于∃x, a=b+x

表示为9, 13, 15, 5, 17，3, 13

哥德尔数为$2^9 x 3^{13} x 5^{15} x 7^5 x 11^{17} x 13^3 x 15^{13}$

即9048542066862317989661787652885010368537902832031250000000000

数理逻辑和哲学

哥德尔第一不完备定理：
对于任何包含了自然数的自洽公理系统，存在一个公理系统中的陈述，使得其在此公理系统中不可证。

定义：对于一个集合A，若存在一个算法可以在有限时间内判断一个指定元素是否是A的元素，则A被称为可判定的。

对于一个集合A若存在一个算法满足如下条件：1. 其运行时输出都是A的元素2. 对于任何A中的元素，在有限时间内它一定会被输出，则A被称为半可判定的。

对于一个函数f如果存在一个算法可以在有限时间内计算 f(n)，则称f为一个可计算函数

对于一个可计算函数f如果任意n属于自然数,f(n)不等于undefined则称f为全可计算函数

引理：一个集合是半可判定的当且仅当它是一个全可计算函数的像

令[n]为一全可计算函数使得其算法的哥德尔数是n如果S是半可判定的，则由引理得存在一个全可计算函数F其像为S考虑函数g:n→[F(n)](n)则g是全可计算的，然而对于任何n、g,F[n]的值在n处重合，也就是说g和任何全可计算函数都有交点。然而这不可能：因为g是全可计算的，g+1也是全可计算的，但是它和g并没有交点。

因为任何已知长度的句子只有有限多个，我们可以按照句子长度一个个枚举它们，而如果找到了一个“对某个可计算函数全可计算性的证明”的句子，则输出那个函数算法的哥德尔数然而由定理知所有全可计算函数其算法的哥德尔数组成的集合并不是半可判定的，然而这个集合包含P，所以存在一个可计算函数，我们不能证明其是否是全可计算函数，故而有哥德尔第一不完备定理。

Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I[1]).

Von Kurt Gödel in Wien.

1.

Die Entwicklung der Mathematik in der Richtung zu größerer Exaktheit hat bekanntlich dazu geführt, daß weite Gebiete von ihr formalisiert wurden, in der Art, daß das Beweisen nach einigen wenigen mechanischen Regeln vollzogen werden kann. Die umfassendsten derzeit aufgestellten formalen Systeme sind das System der Principia Mathematica (PM)[2]) einerseits, das Zermelo-Fraenkelsche (von J. v. Neumann weiter ausgebildete) Axiomensystem der Mengenlehre[3]) andererseits. Diese beiden Systeme sind so weit, daß alle heute in der Mathematik angewendeten Beweismethoden in ihnen formalisiert, d. h. auf einige wenige Axiome und Schlußregeln zurückgeführt sind. Es liegt daher die Vermutung nahe, daß diese Axiome und Schlußregeln dazu ausreichen, alle mathematischen Fragen, die sich in den betreffenden Systemen überhaupt formal ausdrücken lassen, auch zu entscheiden. Im folgenden wird gezeigt, daß dies nicht der Fall ist, sondern daß es in den beiden angeführten Systemen sogar relativ einfache Probleme aus der Theorie der gewöhnlichen ganzen Zahlen gibt[4]), die sich aus den Axiomen nicht

---

[1]) Vgl. die im Anzeiger der Akad. d. Wiss. in Wien (math.-naturw. Kl.) 1930, Nr. 19 erschienene Zusammenfassung der Resultate dieser Arbeit.

[2]) A. Whitehead und B. Russell, Principia Mathematica, 2. Aufl., Cambridge 1925. Zu den Axiomen des Systems PM rechnen wir insbesondere auch: Das Unendlichkeitsaxiom (in der Form: es gibt genau abzählbar viele Individuen), das Reduzibilitäts- und das Auswahlaxiom (für alle Typen).

[3]) Vgl. A. Fraenkel, Zehn Vorlesungen über die Grundlegung der Mengenlehre, Wissensch. u. Hyp. Bd. XXXI. J. v. Neumann, Die Axiomatisierung der Mengenlehre. Math. Zeitschr. 27, 1928. Journ. f. reine u. angew. Math. 154 (1925), 160 (1929). Wir bemerken, daß man zu den in der angeführten Literatur gegebenen mengentheoretischen Axiomen noch die Axiome und Schlußregeln des Logikkalküls hinzufügen muß, um die Formalisierung zu vollenden. — Die nachfolgenden Überlegungen gelten auch für die in den letzten Jahren von D. Hilbert und seinen Mitarbeitern aufgestellten formalen Systeme (soweit diese bisher vorliegen). Vgl. D. Hilbert, Math. Ann. 88, Abh. aus d. math. Sem. der Univ. Hamburg I (1922), VI (1928). P. Bernays, Math. Ann. 90. J. v. Neumann, Math. Zeitschr. 26 (1927). W. Ackermann, Math. Ann. 93.

[4]) D. h. genauer, es gibt unentscheidbare Sätze, in denen außer den logischen Konstanten: $\overline{}$ (nicht), $\vee$ (oder), (x) (für alle), $=$ (identisch mit) keine anderen Begriffe vorkommen als $+$ (Addition), . (Multiplikation), beide bezogen auf natürliche Zahlen, wobei auch die Präfixe (x) sich nur auf natürliche Zahlen beziehen dürfen.

Gödel, Kurt ."Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I." Monatshefte für mathematik und physik 38(1931)

数理逻辑和哲学

简短的证明[9][10] (BV19u4y1D7GT)

定义sub(a, b, c)
取哥德尔数为a的命题
找到命题中哥德尔数为c的符号的位置
把哥德尔数为c的符号**换**成b(一个数字)
sub(a, b, c)即把哥德尔数为c的符号换成b的哥德尔数为a的命题的**哥德尔数**
sub(y, y, 17)(此处y为变量，是一个数字)
即把哥德尔数为17的符号(第二个变量，此处定义为y)换成y的哥德尔数为y的命题的**哥德尔数**

命题a：无法证明哥德尔数是sub(y, y, 17)的命题
令命题a的哥德尔数是n
命题b：无法证明哥德尔数是sub(n, n, 17)的命题

哥德尔数为sub(n, n, 17)的原命题寻找过程
取哥德尔数为n的命题(**命题a：无法证明哥德尔数是sub(y, y, 17)的命题**)
找到命题中哥德尔数为17的符号(y)的位置
把哥德尔数为17的符号(y)**换**成n(**命题a：无法证明哥德尔数是sub(y, y, 17)的命题**)
替换后：无法证明哥德尔数是sub(n, n, 17)的命题

[9]【毕导】这个视频里说的都是真的，但你却永远无法证明 https://www.bilibili.com/video/BV19u4y1D7GT/
[10]哥德尔第一不完备性定理简化证明过程，https://www.quantamagazine.org/how-godels-proof-works-20200714/

数理逻辑和哲学

哥德尔数为sub(n, n, 17)的命题是: **无法证明哥德尔数是sub(n, n, 17)的命题**

假设命题b为假

命题b的反面

可以证明哥德尔数是sub(n, n, 17)的命题为真

由上述语言表述得出

哥德尔数是sub(n, n, 17)的命题为真

即

无法证明哥德尔数是sub(n, n, 17)的命题为真

与前提矛盾(不一致)

则命题2只能为真

即存在真的但是无法被证明的命题

哥德尔第一不完备定理:

对于任何包含了自然数的自洽公理系统，存在一个公理系统中的陈述，使得其在此公理系统中不可证。

由此推出哥德尔第二不完备定理

该系统的一致性不能在系统内部证明。

数理逻辑和哲学
一些个人思考

人脑是否是一个系统

若是，则每个由人脑思考出来的系统必定存在真的但是无法被证明的定理
且通过人脑思想出来的所有系统的一致性是无法通过人脑证明的

所有哲学，逻辑，数学，物理系统
通过人类的观察，人脑的思考而总结出来的
永远都存在瑕疵(无法证明)，必定存在矛盾(不一致)

而哲学三问

我是谁 我从哪里来 我要到哪里去

恐怕就是人思考出的系统中的瑕疵(永远无法被证明)

数理逻辑和哲学

一些个人思考

在第二节课中研讨的
人工智能能否具有逻辑思维
看完逻辑哲学相关资料后

我持有的观点是 能

人工智能是人脑的造物，逻辑同样是人脑思考出来的一套系统
同属于人脑下一阶的系统按理是相互兼容的，只是目前还没有找到方法使两个系统完全融合

但是又因为是同属于人脑下一阶的系统
它们必定不是完美的，机器不可能因为摩尔定理超过人脑算力而拥有和人类一样的人脑思维，逻辑也不可能通过寥寥几条公理无限次推导超过人脑一时的灵光一现

所有人脑的造物都无法胜过人脑，这不是可悲的吗？
就如哲学注定上升不到神的高度，除非哲学系统是神创造的而非人思考出来的

数理逻辑和哲学

1. 逻辑处理的是命题

不同语句殊型同属一个语句类型可以表示同一个命题

例：

a>b

∃x, a=b+x

2. 语句逻辑是二值的真值逻辑

悖论：

本语句是假的

3. 若前提为真，结论必定为真

例：

雪是白的

并非雪是白的

∴哥德巴赫猜想是对的

[11]

[11][美]Paul Tidman, Howard Kahane著，张建军、张燕京等译：《逻辑与哲学》中国人民大学出版社，2017年

数理逻辑和哲学

语言层面

所有自我指称语句无意义
断定一给定真和假的语句必须放在比给定语句高一个层面的语言中

任一语言至少允许一个真语句的表达
（无意义？有意义？）[11]

[11][美]Paul Tidman,Howard Kahane著，张建军、张燕京等译：《逻辑与哲学》中国人民大学出版社，2017年

参考文献

冯友兰：《中国哲学简史》1948年
[美]Paul Tidman,Howard Kahane著，张建军、张燕京等译：《逻辑与哲学》中国人民大学出版社，2017年
[美]Lou Goble主编，张清宇、陈慕泽等译：《哲学逻辑》中国人民大学出版社，2007年
[奥]维特根斯坦著，郭英译：《逻辑哲学论》商务印书馆，1985年
彭漪涟:《逻辑学大辞典》上海辞书出版社，2010年
[英]Haack Susan著，罗毅译：《逻辑哲学》商务印书馆，2003年
王路.亚里士多德逻辑的现代意义[J].世界哲学,2005年
王太庆，汪子嵩：关于'存在'与'是'[M]/宋继杰.Being与西方哲学传统,河北大学出版社,2002年
张家龙.数理逻辑的产生和发展[J].北京航空航天大学学报(社会科学版),2000年

Gödel, Kurt."Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I." Monatshefte für mathematik und physik 38(1931)
【毕导】这个视频里说的都是真的，但你却永远无法证明
https://www.bilibili.com/video/BV19u4y1D7GT/
哥德尔第一不完备性定理简化证明过程，https://www.quantamagazine.org/how-godels-proof-works-20200714/